EM Tutorium - Blatt 12 -FINALE-

Einführung / Wiederholung:

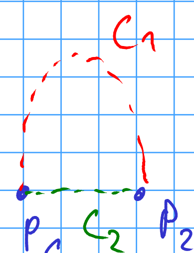
→ Elektrostatik: $\vec{F}_{el} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 \cdot q_2}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q}{\|\vec{r} - \vec{r}_1\|^3} (\vec{r} - \vec{r}_1)$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}$$ (allgemeine Definition)

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}$$

→ Prinzip der Superpositionen besitzt Gültigkeit



Arbeit: $W_{el} = \int_C \vec{F}_{el}\, d\vec{r}$ $(*)$

Spannung: $U_{12} = \int_C \vec{E}\, d\vec{r}$ $(**)$

⇒ wichtig für die E-Statik: $\vec{E} = -\nabla\Phi$

↳ <u>Wegunabhängigkeit</u> der Integrale $(*, **)$ gegeben

⇒ Überprüfung auf Konservativität: $\text{rot}\, \vec{u} = 0$

⇒ $\vec{u}$ konservativ

$$2D: \begin{cases} \partial_x u_y \overset{!}{=} \partial_y u_x \\ \vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Satz von Gauß: $\iint\limits_{\partial V} \vec{u}\, d\vec{a} = \iiint\limits_{V} \operatorname{div} \vec{u}\, dV$

$\Rightarrow$ Satz von Stokes: $\oint\limits_{\partial A} \vec{u}\, d\vec{r} = \iint\limits_{A} \operatorname{rot} \vec{u}\, d\vec{a}$

Mit dem Satz v. Gauß erhält man das Gaußsche Gesetz:

$$\iint\limits_{\partial V} \vec{D}\, da = Q = \iiint\limits_{V} \rho(\vec{r})\, dV$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$\Rightarrow$ Herleitung Poisson-Gleichung: $\Delta \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \vec{E} = -\nabla \Phi$$

$\operatorname{div}(\nabla(\cdot)) = \Delta(\cdot)$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div}(\varepsilon \vec{E}) = \operatorname{div}(-\varepsilon \nabla \Phi) \underset{\varepsilon = \text{const.}}{\overset{!}{=}} -\varepsilon \operatorname{div}(\nabla \Phi) =$$

$$= -\varepsilon \Delta \Phi$$

$$\Rightarrow \Delta \phi = -\rho / \varepsilon$$

→ Kondensator / Kondensatoraggregate

Stationäre Ströme

$I(A) = \frac{dQ(A)}{dt}$ $\qquad$ $I(A) = \iint_A \vec{j}(\vec{r})\, d\vec{a}$ $\qquad$ $\vec{j} = q \cdot n \cdot \vec{v} = \rho \cdot \vec{v}$

⇒ Herleitung KCL / KVL

Prinzip d. Ladungserhaltung:

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

stationär: $\operatorname{div} \vec{j} = 0$

Elektrische Leistung: $p_{el} = \vec{j} \cdot \vec{E}$

$P_{el} = \iiint_V p_{el}\, dV$

Magnetostatik

$$\vec{F}_{el} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Ampèresche Durchflutungsgesetz: $\oint_{\partial A} \vec{H}\, d\vec{r} = \iint_A \vec{j}\, d\vec{a}$

Magnet. Feld eines unendl. Leiters: $\vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\varphi$

Induktion: → Bewegungsinduktion

→ Ruheinduktion (→ zeitlich veränderliches B-Feld $\frac{d\vec{B}}{dt} \neq 0$)

$U_{ind} = -\frac{d\Phi_{mag}}{dt}$

$\Phi = \iint_A \vec{B}\, d\vec{a} = B(t)A(t)$

↑ B räumlich konstant

Aufgabe 28

a) → Kraft muss vorhanden sein → Lorentzkraft

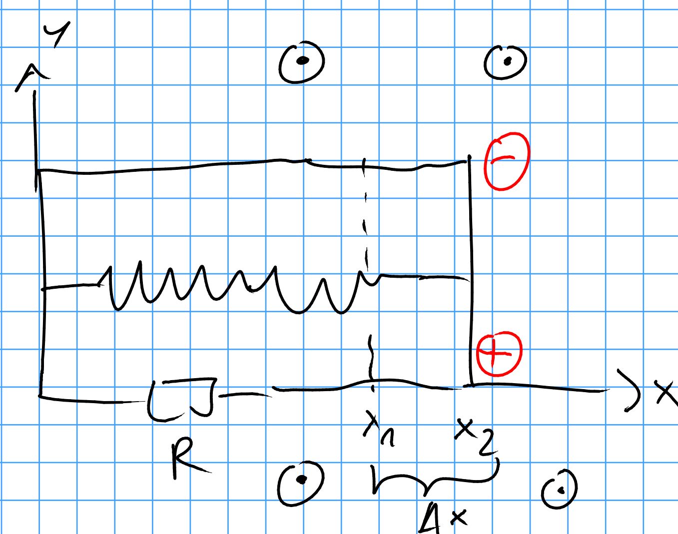
→ Magnetfeldvektor nicht ⊥ zum Normalenvektor der Schleife

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{A} = 0 \quad \text{falls } \vec{B}\perp\vec{A}$$

b) $\vec{F}_{Hook} = -D\cdot\Delta x\cdot\vec{e}_x \overset{!}{=} -\vec{F}_L$

$\Rightarrow \vec{F}_L = D\cdot\Delta x\cdot\vec{e}_x$

c) ges: $\vec{B}$, $B_2 > 0$



$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\underset{\substack{\uparrow \\ B_2 = B_2(t)}}{B_2} \cdot A\right) = -A\dot{B}_2 = -a \cdot x_2 \dot{B}_2$$

$$I = \frac{U}{R} = -\frac{a x_2}{R}\dot{B}_2$$

$F_L = F_{Hooksch}$

$$\vec{F}_L = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right) = I\left(\begin{pmatrix}0\\a\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\0\\B_2(t)\end{pmatrix}\right) = I a B_2(t) \cdot \vec{e}_x$$

$$= -\frac{a x_2}{R} B_2 \dot{B}_2 \vec{e}_x$$

$$D\Delta x = -\frac{a x_2}{R} B_2 \dot{B}_2$$

Trennung d. Veränderlichen

$$y' = f(t)g(y)$$

$$\int \frac{1}{g(y)}\,dy = \int f(t)\,dt$$

$$\Rightarrow \dot{B}_2 = \underbrace{\frac{-D\Delta x \cdot R}{a^2 x_2}}_{f(t)} \cdot \underbrace{\frac{1}{B_2}}_{g(y)}$$

$$\Rightarrow \int B_2\,dB_2 = \int -\frac{D\Delta x \cdot R}{a^2 x_2}\,dt$$

$$\frac{1}{2}B_2^2 = -\frac{D\Delta x \cdot R}{a^2 \cdot x_2} \cdot t + C$$

wäre durch Anfangsbed. bestimmt

$$\Rightarrow B_2 = \sqrt{-\frac{2 D\Delta x R}{a^2 \cdot x_2} \cdot t + C}$$

d) $\rightarrow$ $-B_2(t)$ einsetzen: