

**Aufgabe 3** Rotator (28 Punkte) 

Es gibt Fälle, in denen man eine Kennlinie oder ein Kennlinienfeld um einen bestimmten Winkel  $\Phi$  im Koordinatensystem drehen möchte.  $\Phi$  sei im Folgenden positiv, wenn die Kennlinie im Uhrzeigersinn gedreht wird.

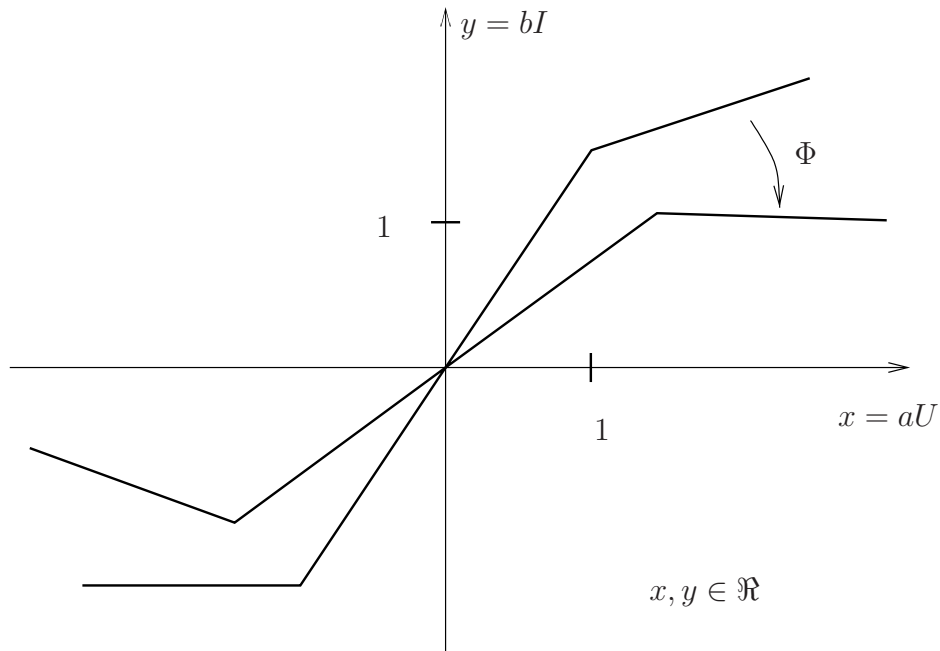


Bild 7. Drehung einer Kennlinie im Koordinatensystem

Man erkennt sofort, dass der Winkel  $\Phi$  von den gewählten Maßstäben abhängig ist. Er kann nur angegeben werden, wenn die Maßstäbe auf den beiden Achsen bekannt sind:

$$x = aU, y = bI \quad (4)$$

a)\* Welche Einheit hat der Maßstabsfaktor  $R_M = \frac{b}{a}$ ?

Aufgrund geometrischer Betrachtungen ergeben sich die gedrehten Koordinaten  $x_2, y_2$  aus den ursprünglichen Koordinaten  $x_1, y_1$  und dem Drehwinkel  $\Phi$  zu:

$$x_2 = x_1 \cos \Phi + y_1 \sin \Phi \quad (5)$$

$$y_2 = -x_1 \sin \Phi + y_1 \cos \Phi \quad (6)$$

b) Setzen Sie die Achsenmaßstäbe ein, und setzen Sie  $\frac{b}{a} = R_M$ . Geben Sie die gedrehten Größen  $U_2, I_2$  in Abhängigkeit von der ursprünglichen Größen  $U_1, I_1$ , dem Maßstabsfaktor  $R_M$  und dem Drehwinkel  $\Phi$  in Matrixschreibweise an.



Eine Schaltung die eine Kennlinie um einen Winkel  $\Phi$  bei gegebenem  $R_M$  drehen soll, muss die in b) berechneten Übertragungsgleichungen besitzen. Allgemein lassen sich diese Übertragungsgleichungen anschreiben als

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

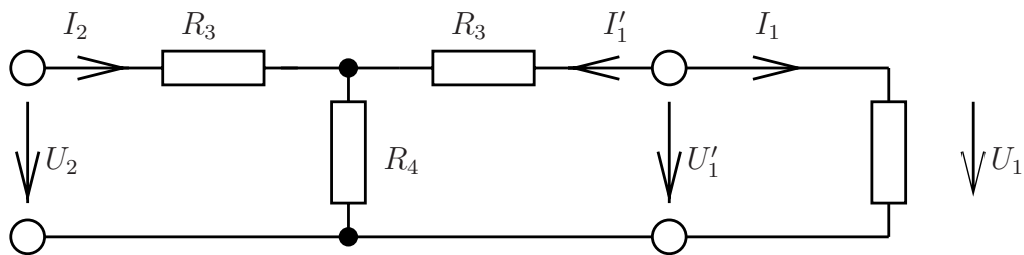


Bild 8. Prinzipschaltung eines Rotators

Eine Prinzipschaltung des Rotators ist in Bild 8 zu sehen.

c)\* Geben sie den Zusammenhang zwischen  $U_1$  und  $U'_1$  bzw.  $I_1$  und  $I'_1$  an.



d)\* Setzen Sie  $I_1 = 0$  und bestimmen Sie  $A$  und  $C$  ?



e)\* Setzen Sie  $U_1 = 0$  und bestimmen Sie  $B$  und  $D$  ?

Durch Koeffizientenvergleich mit dem Ergebnis von b) können nun Gleichungen zur Dimensionierung der Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  gewonnen werden.

f)\* Wie viele Gleichungen liefert dieser Koeffizientenvergleich ? Wieviele Unbekannte sind zu bestimmen ?

g) Geben Sie die Gleichungen an.

Die in g) angegebenen Gleichungen sind nicht linear unabhängig. Durch Zusammenfassen erhält man eine eindeutige Lösung, die alle Gleichungen erfüllt:

$$R_3 = R_M \tan \frac{\Phi}{2} \quad (8)$$

$$R_4 = -\frac{R_M}{\sin \Phi} \quad (9)$$

h)\* Wie ist das Vorzeichen von  $R_3$  und  $R_4$  im Bereich  $\pi < \Phi < 2\pi$ ? Ist ein Rotator in diesem Winkelbereich mit passiven Bauteilen realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Im Bereich  $0 < \Phi < \pi$  ergibt sich  $R_3 > 0$  und  $R_4 < 0$ . Der negative Widerstand  $R_4$  soll mittels eines NIK (Negativ Immittanz Konverter) realisiert werden.

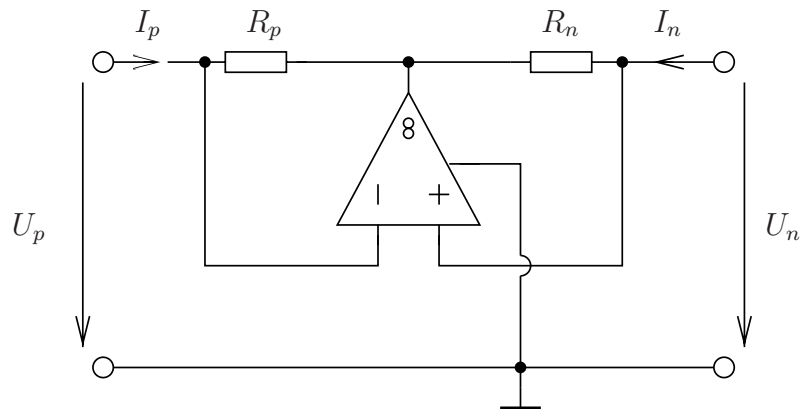


Bild 9. Negativ Immittanz Konverter

i)\* Geben Sie den Strom  $I_p$  in Abhängigkeit von den Widerständen  $R_p$  und  $R_n$  sowie dem Strom  $I_n$  an.

j) Bestimmen Sie nun den Eingangswiderstand  $R_e = \frac{U_p}{I_p}$  für einen am Ausgang ( $U_n, I_n$ ) mit einem positiven Widerstand  $R_L$  abgeschlossenen NIK. Geben Sie das Vorzeichen von  $R_e$  an.

k)\* Zeichnen Sie eine realisierbare Schaltung aus positiven Widerständen und einem Operationsverstärker für einen Rotator für  $0 < \Phi < \pi$  indem Sie den nötigen negativen Widerstand mit einem entsprechend beschalteten NIK realisieren.

l) Es gelte  $R_p = R_n$ . Geben Sie Ausdrücke zur Dimensionierung von  $R_3$  und  $R_L$  an.

m)\* Welche Ihnen bekannte Schaltung ist ein Spezialfall des Rotators ? Um welchen Winkel  $\Phi \neq 0$  wird dabei gedreht ?