ST 1 – Tutorübung – Blatt 9 (12.1.10)

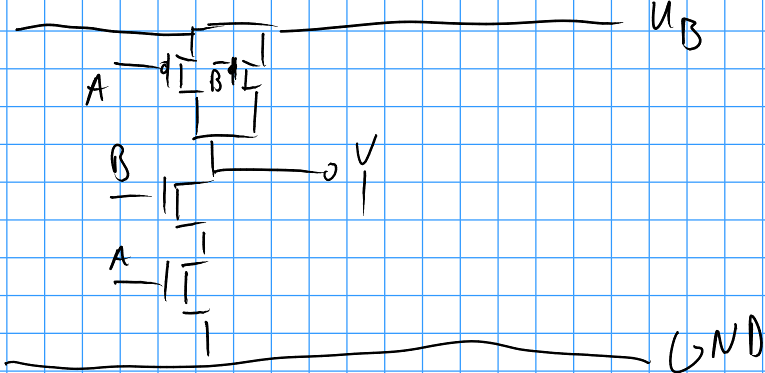
CMOS-Schaltungen / Logiksynthese

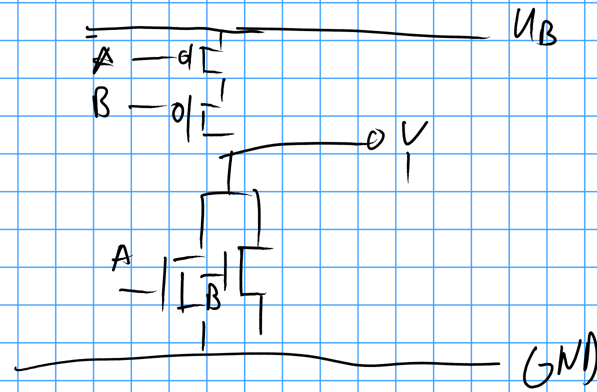
NAND $\overline{a \cdot b}$

a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR $\overline{a + b}$

a	b	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

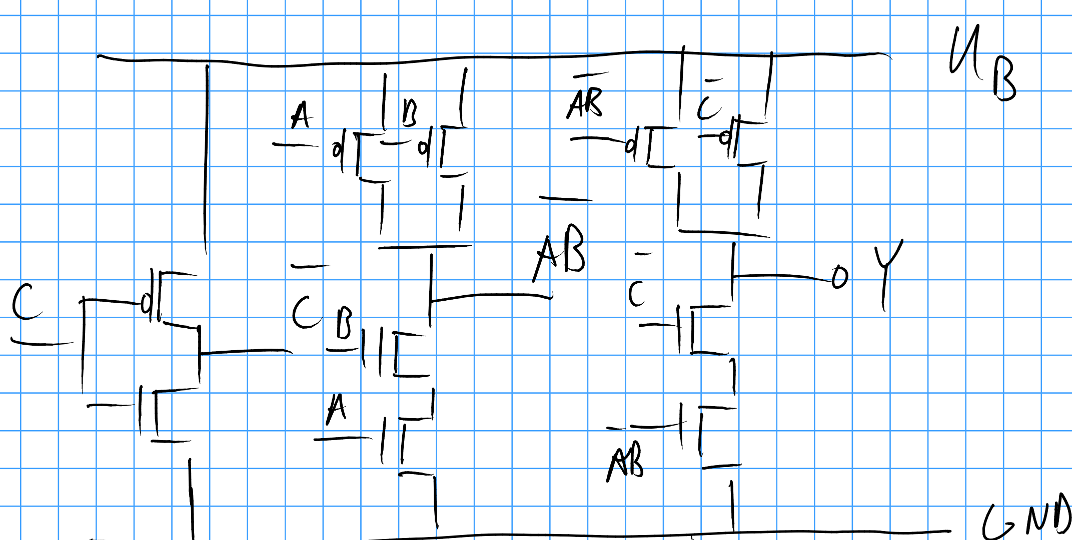




$$Y = AB + C = \overline{\overline{AB + C}} = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{C}}$$

NAND Inverter

NAND



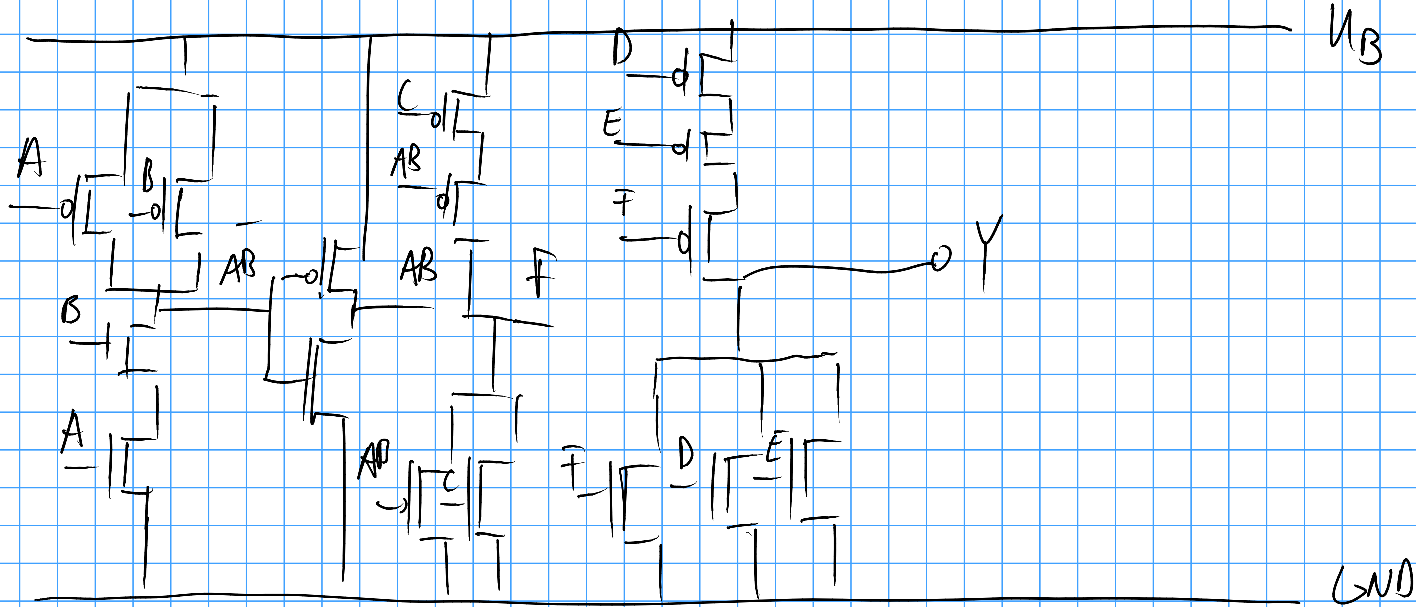
1 (siehe Ende)

Aufgabe 1:

$$Y = (AB + C) \cdot (\overline{D + E}) = \overline{\overline{(AB+C)\,(\overline{D+E})}} = \overline{\underbrace{\overline{AB+C}}_{F} + D + E}$$

NOR

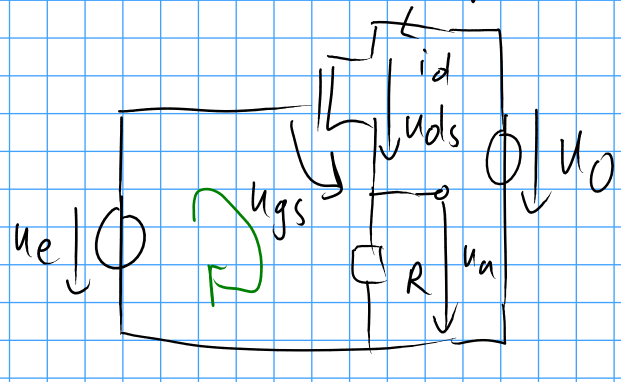
NOR



Aufgabe 2

1. $u_{ds} \geq 0\,V$ durch äußere Beschaltung festgelegt!

2.



Sperrbereich: $u_{gs} - U_{th} \leq 0$

$$u_e = u_{gs} + u_a = u_{gs} + \underbrace{R\,i_d}_{=0}$$

Annahme: $i_d = 0$

$u_e = u_{gs}$

$\Rightarrow u_{gs} > U_{th}$ ↯

$\Rightarrow$ Annahme kann nicht zutreffen

3. Arbeitsbereich für: $U_{th} < u_e < U_0$

Sättigung: $0 \le u_{gs} - U_{th} \le u_{ds}$

Linear: $0 \le u_{gs} - U_{th} \ge u_{ds}$

KVL: $u_{ds} = U_0 - u_a$

$u_{gs} = u_e - u_a$

$$u_{ds} - u_{gs} = U_0 - \underbrace{u_a}_{} - u_e + \underbrace{u_a}_{} = U_0 - u_e > 0$$

$$u_{ds} - u_{gs} > 0 > \underbrace{-U_{th}}_{-1V} \Leftrightarrow u_{gs} - U_{th} < u_{ds}$$

$\Rightarrow$ Sättigungsbereich!

4. Bereich: Sättigung

ges: u_a

$$u_a = R i_d = \frac{R\beta}{2}(u_{gs} - U_{th})^2 = \frac{R\beta}{2}(u_e - u_a - U_{th})^2 =$$

$$= \frac{R\beta}{2}(u_e^2 - 2u_e u_a + u_a^2 - 2u_e U_{th} + 2u_a U_{th} + U_{th}^2)$$

$\hookrightarrow ax^2 + bx + c = 0$

$$\frac{R\beta}{2} u_a^2 + u_a(-R\beta u_e + R\beta U_{th} - 1) + \frac{R\beta}{2} u_e^2 - R\beta u_e U_{th} + \frac{R\beta}{2} U_{th}^2 = 0$$

$$\Rightarrow u_a = \left(u_e - U_{th} + \frac{1}{R\beta}\right) \overset{?}{\pm} \sqrt{\frac{1}{R^2\beta^2} + \frac{2}{R\beta}\left(u_e - U_{th}\right)}$$

$-$ beschreibt die richtige Lösung

Welche Lösung ist nun die Richtige? $\rightarrow$ Wir wissen, dass auf alle Fälle $u_{gs} - U_{th} > 0$ sein muss, da der MOSFET sonst überhaupt nicht leiten würde:

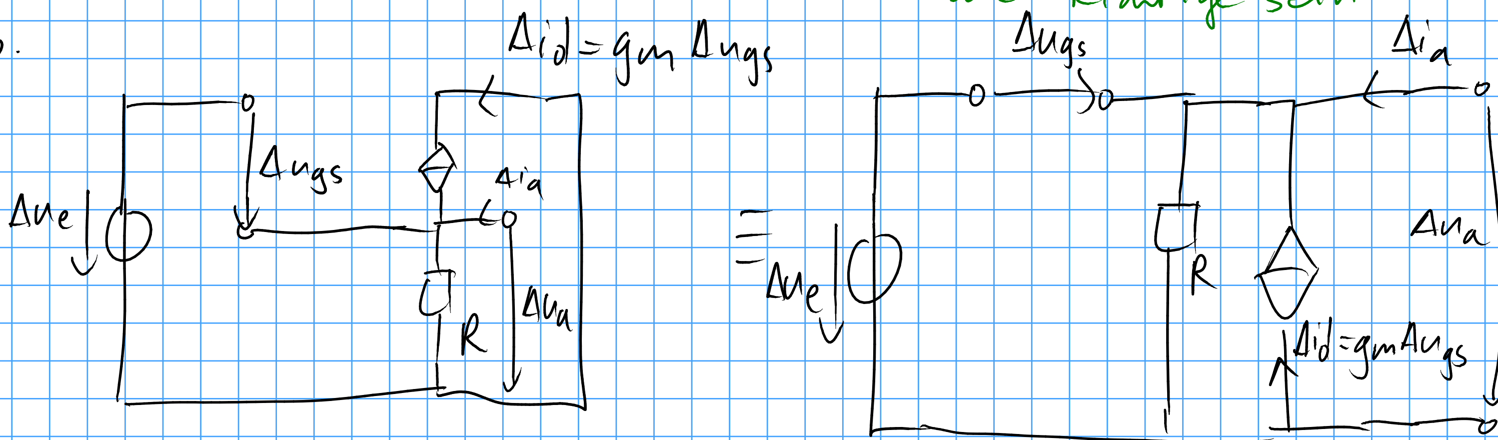
$$u_{gs} = u_e - u_a = \underbrace{u_e - u_e}_{=0} + U_{th} - \frac{1}{R\beta} \mp \sqrt{\frac{1}{R^2\beta^2} + \frac{2}{R\beta}\left(u_e - U_{th}\right)}$$

wird von oben eingesetzt

$$u_{gs} - U_{th} = -\frac{1}{R\beta} \mp \sqrt{\text{—''—}} \overset{!}{>} 0$$

$\Rightarrow$ Wurzel sicher positiv, also ist $-\frac{1}{R\beta} - \sqrt{\text{—''—}} < 0$, also muss die andere Lösung die Richtige sein

6.



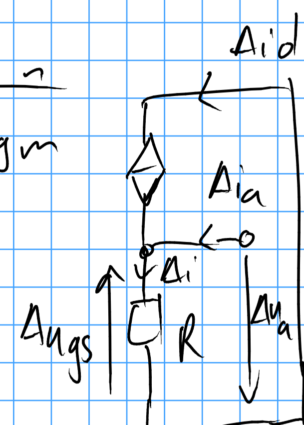
7. $v = \frac{\Delta u_a}{\Delta u_e}\Big|_{\Delta i_a = 0}$

$\Delta u_e = \Delta u_{gs} + \Delta u_a = \Delta u_{gs} + R\Delta i_d = \Delta u_{gs} + R g_m \Delta u_{gs}$

$\Delta u_a = R\Delta i_d = R g_m \Delta u_{gs}$

$$v = \frac{\Delta u_a}{\Delta u_e} = \frac{R g_m \Delta u_{gs}}{\Delta u_{gs} + R g_m \Delta u_{gs}} = \frac{R g_m}{1 + R g_m}$$

8. $r_a = \frac{\Delta u_a}{\Delta i_a}\Big|_{\Delta u_e = 0} \Rightarrow$



$$\Delta i_a = -\Delta i_d + \frac{\Delta u_a}{R} = g_m \Delta u_a + \frac{\Delta u_a}{R}$$

$$r_a = \frac{\Delta u_a}{g_m \Delta u_a + \frac{\Delta u_a}{R}} = \frac{1}{g_m + \frac{1}{R}} = \frac{R}{1 + g_m R}$$

g. $g_m \gg \frac{1}{R}$

$$V = \frac{R g_m}{1 + R g_m} = \frac{g_m}{\frac{1}{R} + g_m} \approx \frac{g_m}{g_m} = 1$$

$$\Rightarrow r_a = \frac{1}{\frac{1}{R} + g_m} \approx \frac{1}{g_m}$$

Anmerkung zum Einführungsbeispiel:

$$Y = AB + C = \overline{\overline{AB + C}}$$

elegantere Möglichkeit: