

Aufgabe 1 Analyse einer Schaltung 2. Grades (20 Punkte)

Folgende dynamische Schaltung 2. Grades soll in dieser Aufgabe analysiert werden.

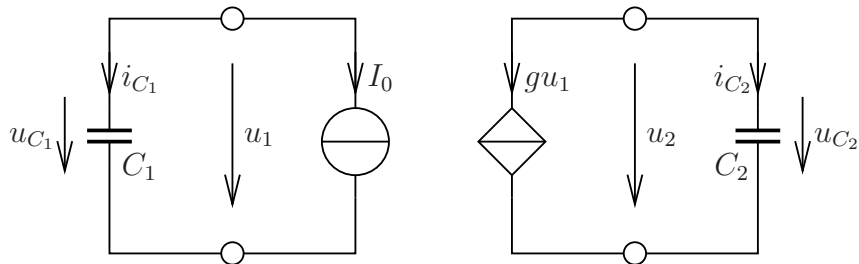


Bild 1. Schaltung 2. Grades

-
- a)* Geben Sie die Zustandsvariablen der Schaltung in Bild 1 an.

-
- b)* Stellen Sie die Zustandsgleichung
- $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}v(t)$
- für die Schaltung in Bild 1 auf. (Geben Sie auch die Zwischenschritte der Herleitung an.)

-
- c) Wie lauten die zu
- \mathbf{A}
- gehörigen Eigenwerte?

d) Berechnen Sie die Lösung für den Zustandsvektor $x(t)$.

Hinweis: Verwenden Sie x_{01} und x_{02} für die Anfangswerte des Zustandsvektors.



e) Geben Sie einen Ausdruck für x_2 in Abhängigkeit von x_1 Drücken an, wenn $C_1 = C_2$.

Hinweis: Eliminieren Sie t .



Für $I_0 = C_1 \cdot \frac{V}{s}$ und eine bestimmte Wahl von g ergibt sich der Zusammenhang

$$x_2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_{01})^2 \frac{1}{V} + x_{01}(x_1 - x_{01}) \frac{1}{V} + x_{02}. \quad (1)$$



f)* Zeichnen Sie das Phasenportrait der Schaltung aus Bild 1, ausgehend von Gleichung (1).

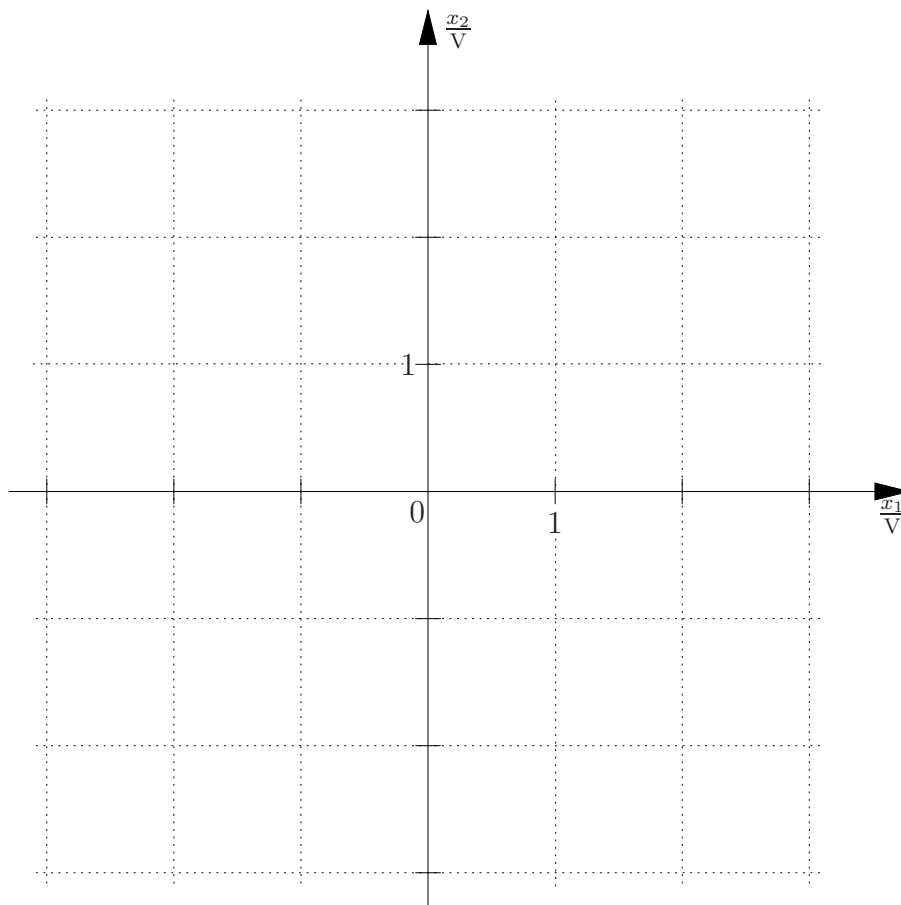
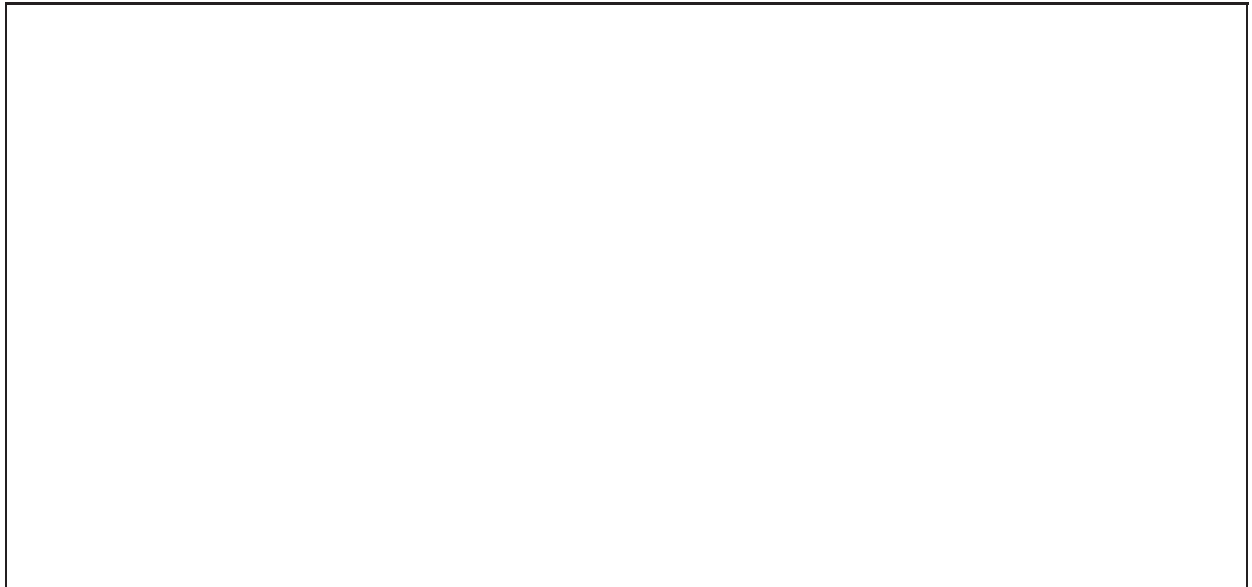


Bild 2. Lösung der Differentialgleichung

Aufgabe 3 Quadraturphasenmodulation (33 Punkte)

In dieser Aufgabe wird anhand der komplexen Wechselstromrechnung die Funktionsweise der Quadraturphasenmodulation erarbeitet.

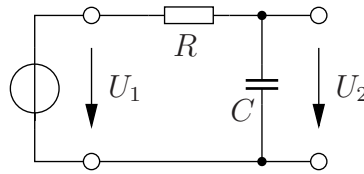


Bild 6. RC-Tiefpass

a)* Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $H_1(j\omega) = \frac{U_2}{U_1}$ des Tiefpasses aus Bild 6.

b) Geben Sie nun die Phase $\varphi_1(\omega)$ der Übertragungsfunktion $H_1(j\omega)$ an.

Für $\omega = \frac{1}{RC}$ ergibt sich damit $\varphi_1\left(\frac{1}{RC}\right) = -\frac{\pi}{4}$

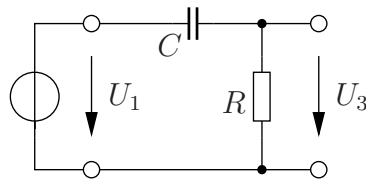


Bild 7. RC-Hochpass



c)* Erklären Sie, warum die Übertragungsfunktion $H_2(j\omega) = \frac{U_3}{U_1}$ des Hochpasses aus Bild 7 bei $\omega = \frac{1}{RC}$ eine Phase von $\varphi_2\left(\frac{1}{RC}\right) = +\frac{\pi}{4}$ hat.

Gegeben sei nun das zu U_1 gehörige, sinusförmige Signal $u_1(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$.

d)* Welchen Zeiger U_1 ordnen Sie $u_1(t)$ zu?

Die Übertragungsfunktion des Tiefpasses aus Bild 6 hat bei $\omega = \frac{1}{RC}$ den Betrag $|H_1(j\frac{1}{RC})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und die Phase $\varphi_1(\frac{1}{RC}) = -\frac{\pi}{4}$. Die Übertragungsfunktion des Hochpasses aus Bild 7 hat bei $\omega = \frac{1}{RC}$ den Betrag $|H_2(j\frac{1}{RC})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und die Phase $\varphi_2(\frac{1}{RC}) = \frac{\pi}{4}$. Rechnen Sie im Folgenden mit $\omega = \frac{1}{RC}$.

e) Wie lauten daher die Zeiger U_2 und U_3 und die zugehörigen, sinusförmigen Signale $u_2(t)$ und $u_3(t)$? Vereinfachen Sie U_2 und U_3 soweit es geht.

Hinweis: $\exp(jx) = \cos(x) + j\sin(x)$

Mit Quadraturphasenmodulation können zu einem Zeitpunkt zwei Bits, b_0 und b_1 , gleichzeitig mit einem Zeiger dargestellt werden. Ein Bit wird auf den Realteil und ein Bit auf den Imaginärteil des Zeigers abgebildet. Das Vorzeichen des Real- bzw. Imaginärteils entscheidet über den Wert eines Bits.

Der mit Quadraturphasenmodulation modulierte Zeiger U_4 entsteht aus der Summe von U_2 und U_3 jeweils mit 1 oder -1 multipliziert:

$$U_4 = b_0 U_2 + b_1 U_3,$$

wobei $b_0 \in \{-1, +1\}$ und $b_1 \in \{-1, +1\}$ jeweils ein Bit darstellen.

f) Wird b_1 auf den Real- oder Imaginärteil von U_4 abgebildet? Begründen Sie Ihre Antwort.

g) Berechnen Sie Betrag und Phase von U_4 für die vier möglichen Kombinationen von b_0 und b_1 .

Aus dem Zeiger U_4 soll nun durch eine schaltungstechnische Realisierung das Bit b_1 zurückgewonnen werden.

h)* Berechnen Sie für den komplexen Zeiger U_4 das zugehörige Signal $u_4(t)$ in Abhängigkeit des Real- und Imaginärteils von U_4 .

Um an die Information b_1 zu kommen, wird in einem ersten Schritt $u_4(t)$ mit $\cos(\omega t)$ multipliziert.

i) Berechnen Sie nun $u_5(t) = u_4(t) \cos(\omega t)$ in Abhängigkeit des Real- und Imaginärteils von U_4 . Lösen sie alle Multiplikationen der trigonometrischen Funktionen zu Summen auf.

Hinweis: $\cos(x) \cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x - y) + \cos(x + y))$, $\sin(x) \cos(y) = \frac{1}{2}(\sin(x - y) + \sin(x + y))$

j)* Mit welcher Schaltung können Sie aus $u_5(t)$ ein Signal herausfiltern, welches nur noch den konstanten, informationstragenden Anteil enthält?

