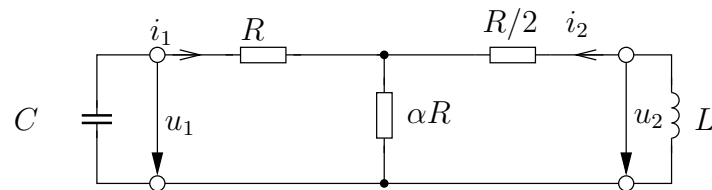


Aufgabe 1 (GOP 2006, WDH)

Folgende Schaltung 2. Grades soll untersucht werden. $\alpha \in \mathbb{R}$ ist ein freier, einheitenloser Parameter.



1. Mit $\alpha < 0$ enthält die Schaltung einen negativen Widerstand. Wie kann man diesen schaltungstechnisch realisieren?
2. Welche Größen stellen die Zustandsgrößen der Schaltung dar und welche Zweitormatrix muss zum Aufstellen der Differentialgleichung berechnet werden?
3. Stelle nun die benötigte Zweitormatrix, sowie die Zustandsmatrix \mathbf{A} des Differentialgleichungssystems auf.
4. Für eine spezielle Dimensionierung der Schaltung und eine geeignete Normierung ergibt sich für die Zustandsmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha+1} & \frac{\alpha}{\alpha+1} \\ -\frac{2\alpha}{\alpha+1} & -1 - \frac{2\alpha}{\alpha+1} \end{pmatrix}.$$

Verwende diese Zustandsmatrix für den Rest der Aufgabe und setze $\alpha = -\frac{3}{4}$ und berechne für die resultierende Systemmatrix die Eigenwerte und Eigenvektoren.

5. Gebe den Gleichgewichtspunkt \mathbf{x}_{GGP} an und skizziere das Phasenportrait unter Verwendung der Ergebnisse der vorherigen Teilaufgabe. Um welche Art von Phasenportrait handelt es sich?
6. Berechnet man die Eigenwerte der gegebenen Systemmatrix allgemein in Abhängigkeit von α , so ergibt sich

$$\lambda_1 < 0, \forall \alpha, \quad \lambda_2 = -\frac{2\alpha + 1}{1 + \alpha}.$$

Untersuche die Stabilität der Schaltung in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

7. Ist die Schaltung mit der gegebenen Systemmatrix als harmonischer Oszillator verwendbar? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2

Folgende drei Abbildungen zeigen jeweils ein Netzwerk aus drei reaktiven Elementen. Welchen Grad besitzt jeweils die vorliegende Schaltung?

