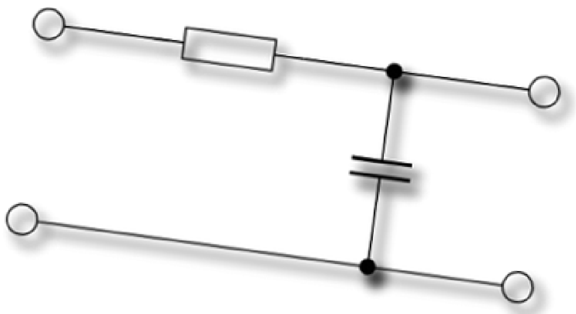
Schaltungstechnik II

Übungsklausur, 20.07.2010

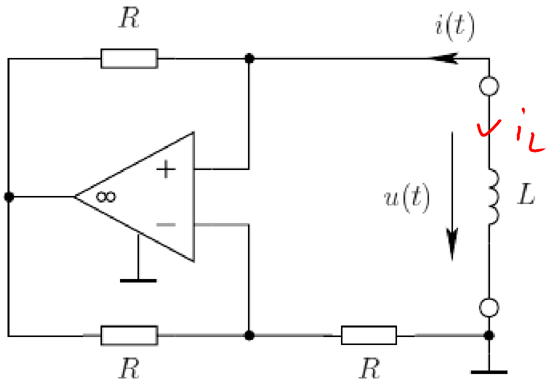


Es gibt 90 Punkte und 90 Minuten Zeit. Also ein Punkt pro Minute. Erlaubte Hilfsmittel sind: Schreibutensilien und 10 Blätter DIN-A4 Formelsammlung Wir wünschen euch alles Gute bei der Probeklausur und natürlich auch für eure richtigen Klausuren. Bei Fragen könnt Ihr uns auch während der Semesterferien gerne per E-Mail erreichen:

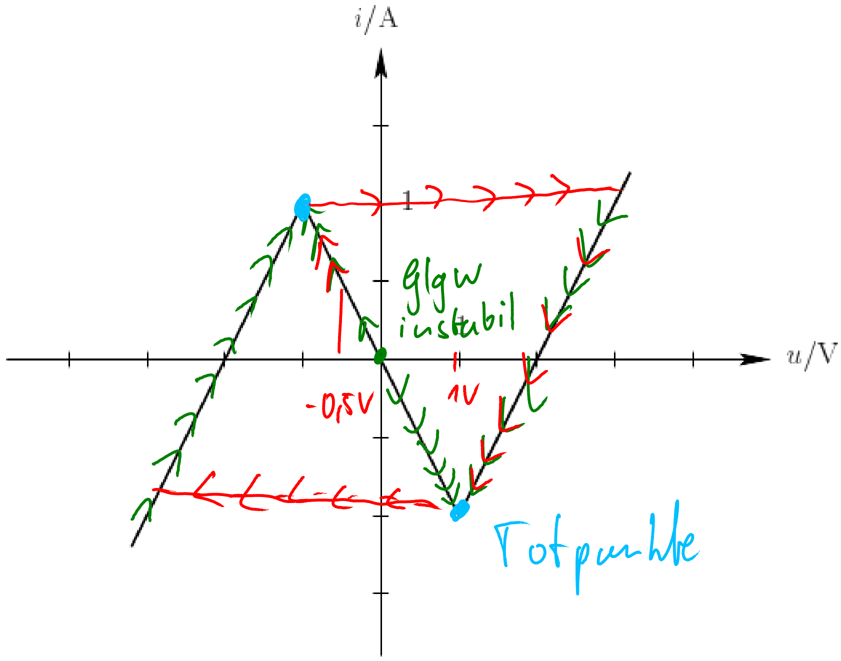
- Fabian Steiner, <fabian.steiner@mytum.de>
- Bernd Huber, <berndhuber@mytum.de>

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Gegeben ist die Schaltung in unten stehender Abbildung.



Der resistive Teil der Schaltung ist daher also ein Negativimmittanzkonverter mit der folgenden Kennlinie:



Es soll im folgenden das Zeitverhalten der Schaltung untersucht werden.

1. Welche Beziehung erzwingt die Spule zwischen der Spannung $u(t)$ und dem Strom $i(t)$?

$u_L = L\dot{i}_L \Leftrightarrow u(t) = -L\dot{i}(t)$

2. Zeichnen Sie in ~~Bild 6~~ den dynamischen Pfad der Schaltung ein. Erklären Sie dabei Ihr Vorgehen!

u > 0V : i muss fallen $\left(\frac{d}{dt} i(t) < 0\right)$

u < 0V : i muss steigen $\left(\frac{d}{dt} i(t) > 0\right)$

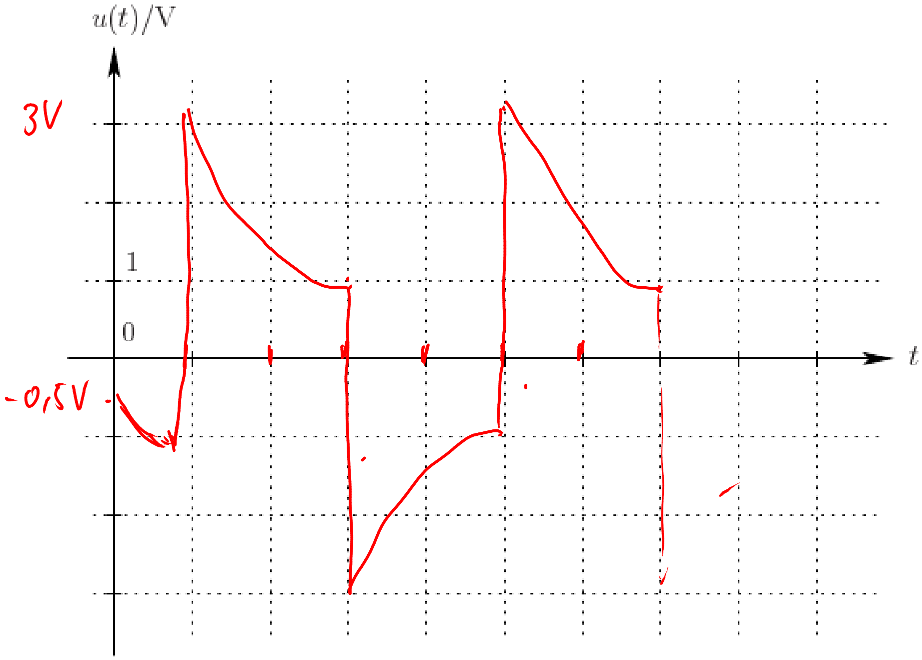
3. Was sind Totpunkte? Kennzeichnen Sie diese in der Kennlinie.

=) Punkte auf der Kennlinie, die kein Glgwpunkt sind, aber in denen eine Schaltung verharren würde.

4. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf des Punktes $P(u(t), i(t))$ in Bild 6, falls die Schaltung bei $t = 0$ mit $u(0) = -0{,}5V$ initialisiert wurde. Welches Phänomen tritt auf?

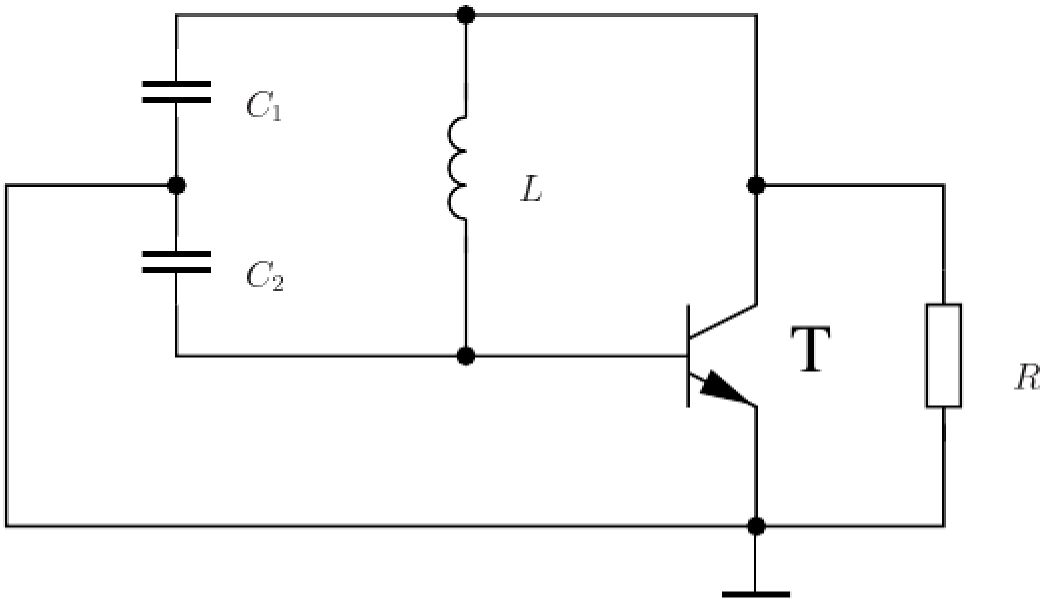
=) Sprungphänomen

5. Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Spannung $u(t)$ für den Anfangswert aus Teilaufgabe 4. in das Diagramm von Bild 7 ein.



Augabe 2 (37 Punkte)

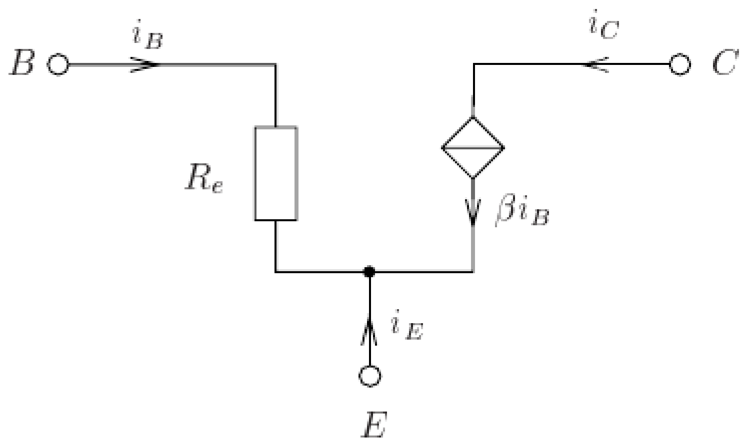
Bei der gegebenen Schaltung handelt es sich um einen Colpittsoszillator. Auf die zur Arbeitspunkteinstellung nötigen Elemente wurde im Rahmen dieser Aufgabe verzichtet. Ein stabiler Grenzzyklus stellt sich in dieser Schaltung aufgrund der Nichtlinearitat des Transistors ein. Im Laufe der Aufgabe soll aber nur das Verhalten um den Gleichgewichtspunkt näher untersucht werden.



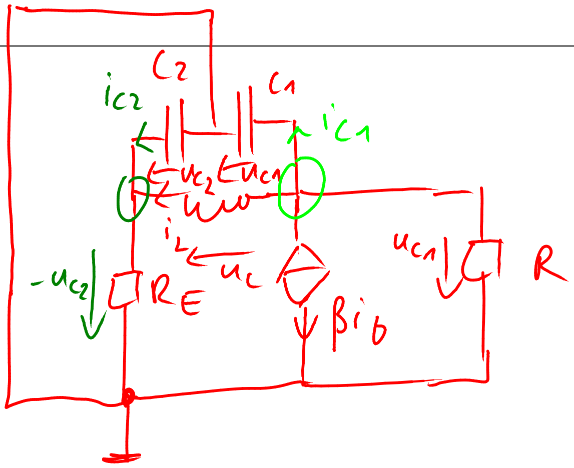
1. Welchen Grad hat die Schaltung?

Grad 3, da 3 reaktive Bauelemente

Der Transisor soll im Folgenden durch folgendes im Gleichgewichtspunkt der Schaltung linarisiertes Ersatzschaltbild modelliert werden.



2. Zeichnen Sie ein Kleinsignalersatzschaltbild des Oszillators. Tragen Sie Zählpfeile für die reaktiven Elemente ein.



KCL für i_{C2}:

$-i_{C2} - \frac{u_{C2}}{R_E} - i_L = 0$

$i_{C2} = -\left(\frac{u_{C2}}{R_E} + i_L\right)$

KCL für i_{C1}:

$i_{C1} + i_L + \beta i_b + \frac{u_{C1}}{R} = 0$

$\Rightarrow i_{C1} = -i_L - \beta\left(\frac{-u_{C2}}{R_E}\right) - \frac{u_{C1}}{R}$

3. Geben Sie die Zustandsvariablen der Schaltung an.

u_{C1}, u_{C2}, i_L

4. Geben Sie $\dot{i_L} = \frac{di_L}{dt}$ in Abhängigkeit von L und den Zustandsvariablen an.

$u_L = L\dot{i}_L \Rightarrow \dot{i}_L = \frac{u_L}{L} = \frac{u_{C1}+u_{C2}}{L}$

5. Bestimmen Sie $\dot{u_{C2}} = \frac{du_{C2}}{dt}$ in Abhängigkeit von C_2, R_e und den Zustandsvariablen.

$i_{C2} = C_2\dot{u}_{C2} \Rightarrow \dot{u}_{C2} = \frac{1}{C_2} i_{C2} = -\frac{1}{C_2}\left(\frac{u_{C2}}{R_E} + i_L\right)$

6. Geben Sie $\dot{u_{C1}} = \frac{du_{C1}}{dt}$ in Abhängigkeit von den Zustandsvariablen und Elementewerten an. Beginnen Sie mit einer Knotengleichung fur den Kollektorknoten des Transistors.

$i_{C1} = C_1\dot{u}_{C1} \Rightarrow \dot{u}_{C1} = \frac{1}{C_1} i_{C1} = \frac{1}{C_1}\left(-i_L + \frac{\beta u_{C2}}{R_E} - \frac{u_{C1}}{R}\right)$

7. Geben Sie die Zustandsgleichungen in Matrixschreibweise an. Verwenden Sie die Ergebnisse aus den vorangegangenen drei Aufgaben.

$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\,\underline{x}$ $\quad \dot{\underline{x}} = \begin{pmatrix} \dot{u}_{C1} \\ \dot{u}_{C2} \\ \dot{i}_L \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_{C1} \\ \dot{u}_{C2} \\ \dot{i}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/RC_1 & \beta/R_EC_1 & -1/C_1 \\ 0 & -1/R_EC_2 & -1/C_2 \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{C1} \\ u_{C2} \\ i_L \end{pmatrix}$$

Für eine spezielle Dimensionierung der Schaltung und eine geeignete Normierung ergibt sich für die Zustandsmatrix A:

Polynom-division: $(-\lambda^3-3\lambda^2-5\lambda-36):(\lambda+4)=\underbrace{-\lambda^2+\lambda-9}$

$-(-\lambda^3-4\lambda^2)$

$\lambda^2-5\lambda$

$-(\lambda^2+4\lambda)$

$-9\lambda-36$

$\Rightarrow \lambda_{2/3}=\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{35}}{2}$

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 16 & -1\\ 0 & -2 & -2\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

8. Bestimmen Sie die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ der Matrix.

$\det(A-\lambda E_2)=\begin{vmatrix}-1-\lambda & 16 & -1\\ 0 & -2-\lambda & -2\\ 1 & 1 & -\lambda\end{vmatrix}=$

$=(-1)^{1+1}(-1-\lambda)\begin{vmatrix}-2-\lambda & -2\\ 1 & -\lambda\end{vmatrix}+(-1)^{1+3}\,1\cdot\begin{vmatrix}16 & -1\\ -2-\lambda & -2\end{vmatrix}=$

$=(-1-\lambda)(\lambda^2+2\lambda+2)+(-32-2-\lambda)=-\lambda^3-3\lambda^2-5\lambda-36$

$\rightarrow$ Errate: $\lambda=-4$

9. Ist die Schaltung in einer Umgebung des Gleichgewichtspunktes x_{GGP} stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

$\Rightarrow$ Nein! Da $Re(\lambda_2, \lambda_3) > 0$

Nun soll das Verhalten der Schaltung fur $C_1 \to \infty$ untersucht werden. Fur diesen Fall tritt eine Gradreduktion auf.

$C_1=\frac{Q}{U}$

10. Führen Sie diese an der obigen Matrix durch, und geben Sie das resultierende Gleichungssystem in Matrixschreibweise an.

$\tilde{A}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{R_E C_2} & -\frac{1}{C_2}\\ 1/L & 0\end{pmatrix}$ $\quad \underline{x}=\begin{pmatrix}u_{C_2}\\ i_L\end{pmatrix}$

Fur die verwendete Dimensionierung und Normierung gilt:

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

$\beta > 0$

Für die Eigenwerte der reduzierten Schaltung ergibt sich $\lambda_{1,2} = -1 \pm j$. Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenvektoren.

11. Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenvektoren. $\quad \lambda = \alpha \pm \beta j$

$$(A-\lambda E_2)v_1 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\begin{pmatrix}-2+1-j & -2\\ 1 & 1-j\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1-j & -2\\ 1 & 1-j\end{pmatrix} \rightarrow v_1 = \begin{pmatrix}-1+j\\ 1\end{pmatrix}$$

$$q_r = \begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix} \quad q_i = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$$

12. Geben Sie eine Lösung der normierten Zustandsgleichung des reduzierten Systems an.

$$x(t) = c_1 e^{-t}\left(\cos(t)\begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix} - \sin(t)\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}\right) + c_2 e^{-t}\left(\sin(t)\begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix} - \cos(t)\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}\right)$$

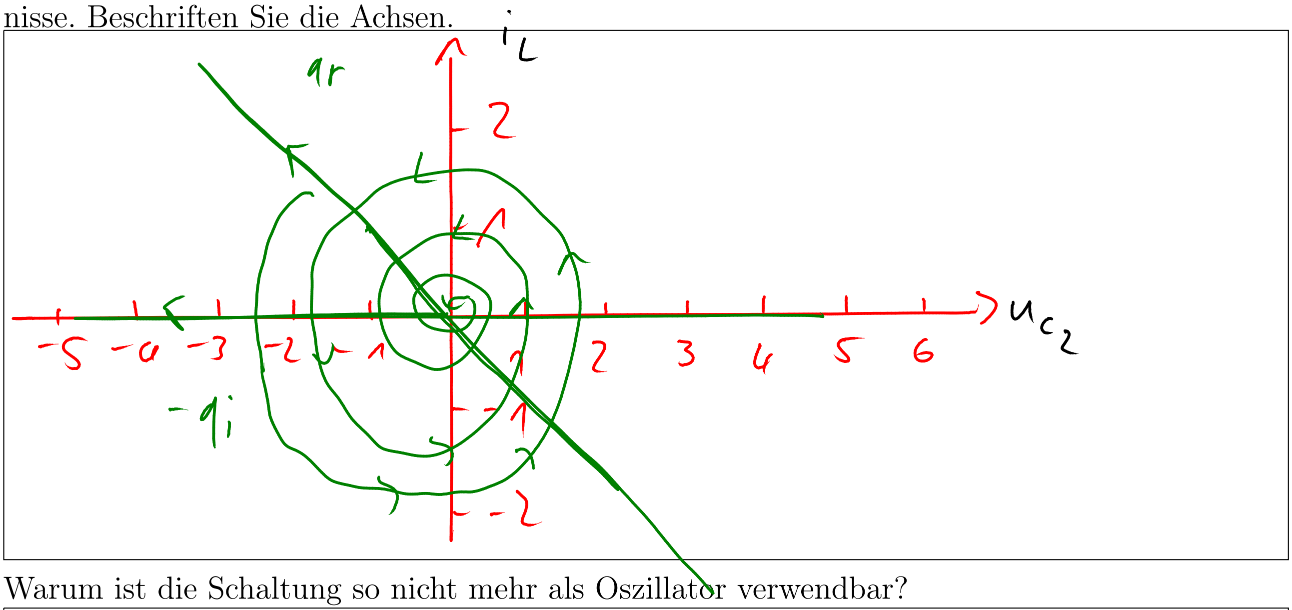
13. Wie ist das Systemverhalten in einer Umgebung von x_{GGP}?

$\lambda_{1,2} = -1 \pm j$ $\quad Re(\lambda_{1,2}) < 0 \Rightarrow$ stabiler Strudel

14. Ist die reduzierte Schaltung homogen? Was folgt daraus fur x_{GGP}?

$\Rightarrow$ Ja, ist homgen (da Erregung nicht vorhanden)
$\Rightarrow$ $x_{GGP} = \underline{0}$

15. Zeichnen Sie das Phasenportrait der Schaltung unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse. Beschriften Sie die Achsen.

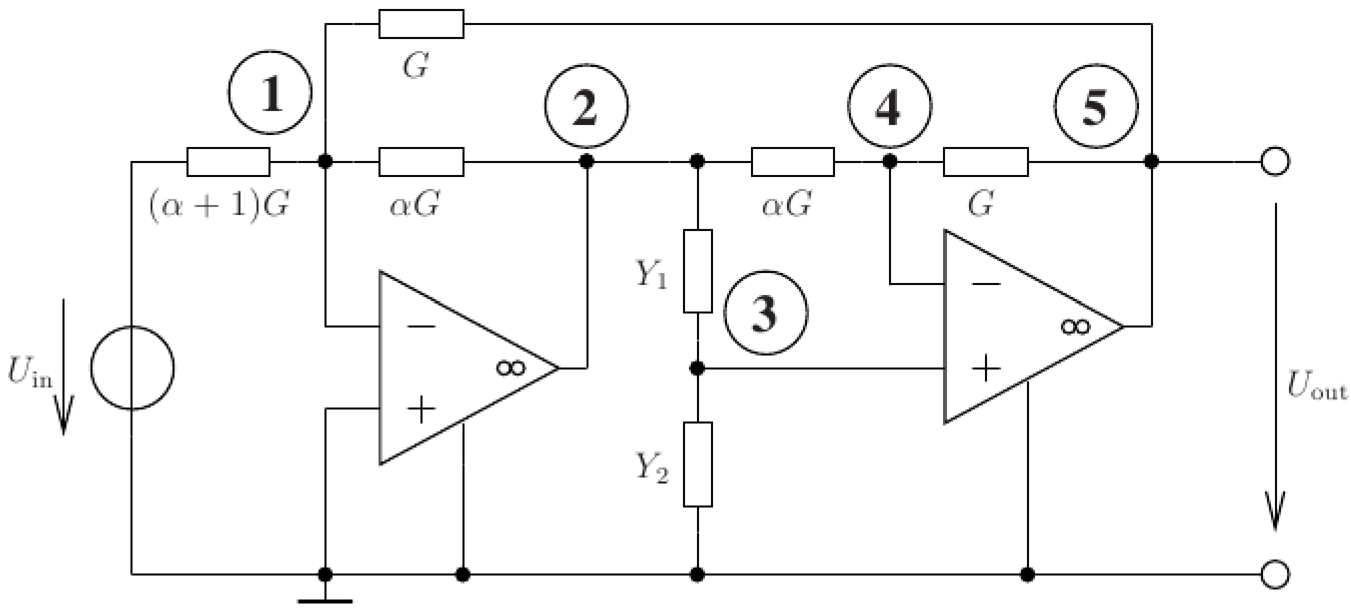


16. Warum ist die Schaltung so nicht mehr als Oszillator verwendbar?

Schaltung stabil ($Re(\lambda_1, \lambda_2) < 0$), daher innerhalb kürzester Zeit im Glgw.punkt $\Rightarrow$ keine Oszillation möglich

Aufgabe 3 (33 Punkte)

Die Eigenschaften des folgenden Filters sollen untersucht werden.

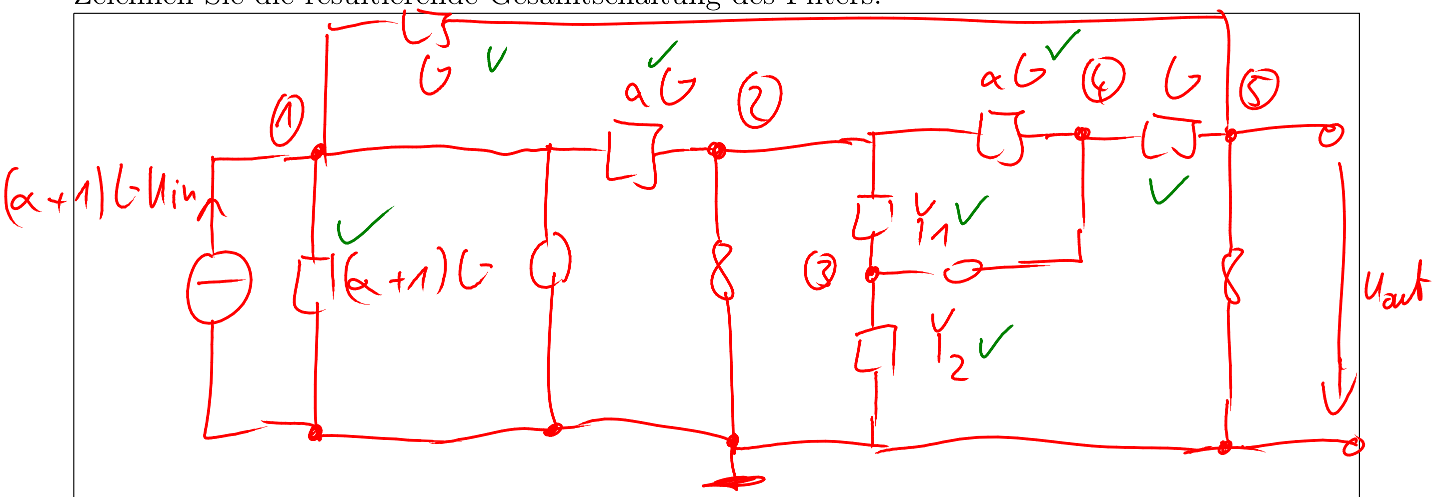


1. Welcher grundsätzliche Zusammenhang besteht zwischen dem komplexen Zeiger U_{in} und der dazugehörigen sinusförmigen Spannung $u_{in}(t)$ mit der Frequenz f?

$u_{in}(t) = Re(U_{in} e^{j2\pi f t})$; $u_{in}(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$U_{in} = A e^{j\varphi_0}$

2. Führen Sie die Spannungsquelle U_{in} des Filters mittels Quellenumwandlung in eine Stromquelle über und ersetzen Sie die idealen OpAmps durch ihre Nullor-Ersatzschaltbilder. Zeichnen Sie die resultierende Gesamtschaltung des Filters.



3. Bestimmen Sie die Knotenspannungsbeschreibung $\mathbf{Y}_k\mathbf{u}_k = \mathbf{I}_q$. Ersetzen Sie vorerst die Nullatoren und Noratoren durch Leerläufe!

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{matrix} \quad ① & \quad\quad ② & \quad\quad ③ & \quad\quad ④ & \quad\quad ⑤ \end{matrix} \\
\hline
\begin{matrix} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \\ ⑤ \end{matrix} &
Y_K' = \begin{pmatrix}
(\alpha+1)G \; {+\alpha G+G} & -\alpha G & & & -G \\
-\alpha G & \alpha G+Y_1+\alpha G & -Y_1 & -\alpha G & \\
 & -Y_1 & Y_2+Y_1 & & \\
 & -\alpha G & & \alpha G+G & -G \\
-G & & & -G & G+G
\end{pmatrix}
\end{array}
\qquad
I_q = \begin{pmatrix} (\alpha+1)GU_{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
$$

4. Bestimmen Sie nun die Knotenspannungsbeschreibung unter Beachtung der Eigenschaften der Nullatoren und der Noratoren.

$$
\underline{Y}_K = \begin{pmatrix} -\alpha G & 0 & -G \\ -Y_1 & Y_1+Y_2 & 0 \\ -\alpha G & (\alpha+1)G & -G \end{pmatrix}
\qquad
\underline{u}_K = \begin{pmatrix} u_{K2} \\ u_{K3} \\ u_{K5} \end{pmatrix}
\qquad
I_q = \begin{pmatrix} (\alpha+1)GU_{in} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
$$

5. Geben Sie die Berechnungsvorschrift an, um die Übertragungsfunktion $H(p) = \frac{U_{out}}{U_{in}}$ auszurechnen. Rechnen Sie diese allerdings nicht aus!

$U_{out} = u_{K5} \Rightarrow$ Cramer Verfahren

$$
u_{K5} = \frac{\det Y_{K,5}}{\det Y_K}; \quad Y_{K,5} = \begin{pmatrix} -\alpha G & 0 & (\alpha+1)GU_{in} \\ -Y_1 & Y_1+Y_2 & 0 \\ -\alpha G & (\alpha+1)G & 0 \end{pmatrix}
$$

6. Die Admittanz Y_1 entspricht der Parallelschaltung der Kapazität C und des Leitwerts G, die Admittanz Y_2 entspricht der Serienschaltung der Kapazität C und des Leitwerts $\frac{G}{\alpha-1}$. Berechnen Sie die komplexen Leitwerte Y_1 und Y_2.

$$Y_1 = j\omega C + G$$

$$Y_2 = j\omega C \,\|\, \frac{G}{\alpha-1} = \frac{j\omega C \frac{G}{\alpha-1}}{j\omega C + \frac{G}{\alpha-1}} = \frac{j\omega C G}{G + j\omega C(\alpha-1)}$$

Rechnen Sie ab hier mit der Übertragungsfunktion

$$H(p) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{1 + \left(\frac{p\tau}{\sqrt{\beta}}\right)^2}{(1+p\tau)\left(1+\frac{p\tau}{\beta}\right)}, = -\frac{1+\left(\frac{p\tau}{2}\right)^2}{(1+p\tau)\left(1+\frac{p\tau}{4}\right)}$$

wobei $\beta > 0, \tau > 0$.

7. Geben Sie für $\beta = 4$ die Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion $H(p)$ an und tragen Sie die Pol- und Nullstellen in das untenstehende Diagramm an.

Polstellen: $1 + p\tau = 0$

$\Rightarrow p = -\frac{1}{\tau}$

$1 + \frac{p\tau}{4} = 0$

$p = -\frac{4}{\tau}$

Nullstellen:

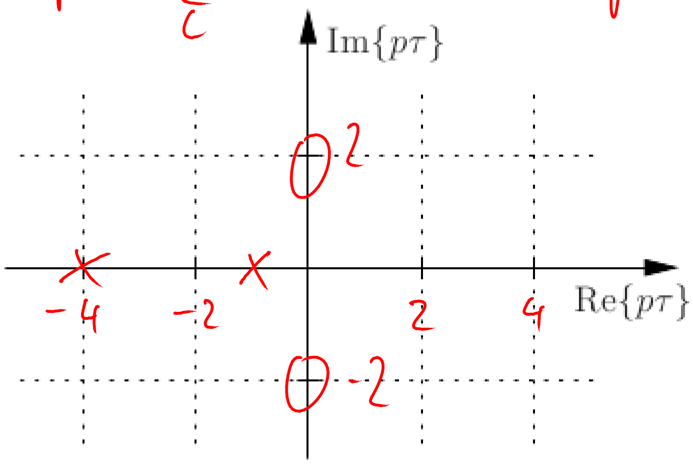
$1 + \frac{(p\tau)^2}{4} = 0$

$p\tau = \pm 2j$

$p = \pm \frac{2j}{\tau}$

x: Polstellen

o: Nullstellen



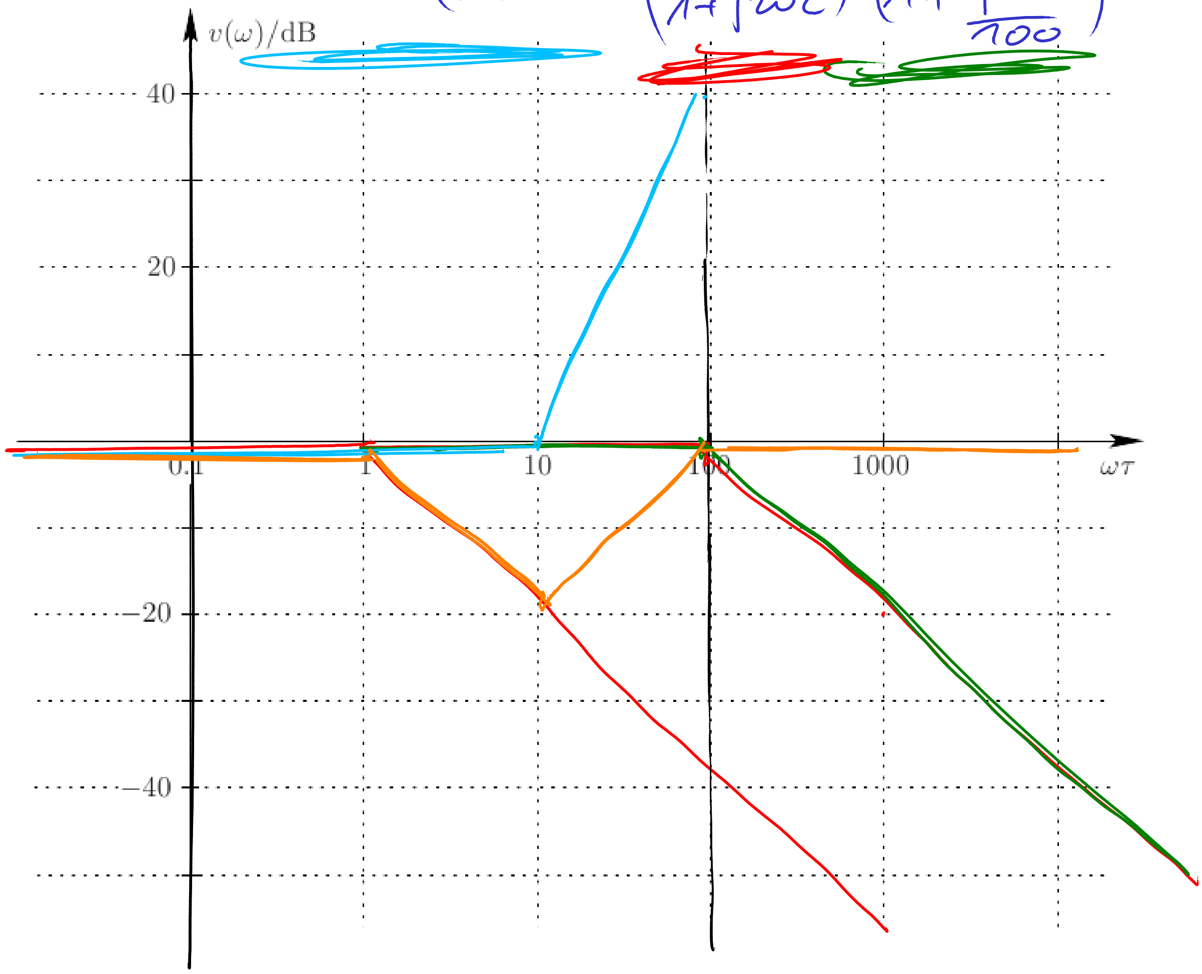
8. Ist das Filter stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

Filter ist stabil, da Pole in der linken Halb-ebene. $Re(p) < 0$

9. Zeichnen Sie $v(\omega) = 20\lg|H(j\omega)|$ mit $p \to j\omega$ für $\beta = 100$ in das untenstehende Diagramm. Hinweis: Aus der Zeichnung muss ersichtlich sein, wie Sie den logarithmischen Betragsverlauf konstruiert haben!

$$H(p) = \frac{1+\left(\frac{j\omega\tau}{10}\right)^2}{(1+j\omega\tau)\left(1+\frac{j\omega\tau}{100}\right)}$$

$$= -\left(1+\left(\frac{j\omega\tau}{10}\right)^2\right)\cdot\left(\frac{1}{1+j\omega\tau}\right)\cdot\left(\frac{1}{1+\frac{j\omega\tau}{100}}\right)$$



10. Von welchem Fitertyp ist $H(j\omega)$?

Bandsperre