

Merkblatt Relaxationspunkte

Verlustfreiheit reaktiver Bauelemente:

Tritt keine Veränderung der steuernden Größe an einem reaktiven Bauelement auf, so nimmt das reaktive Bauelement auch keine Leistung auf (im Gegensatz zu einem ohmschen Widerstand):

$$u(t) = \text{const.}, q(t) = \text{const.} \Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow p = ui = 0 \quad (1)$$

bzw.

$$i(t) = \text{const.}, \Phi(t) = \text{const.} \Rightarrow u = \frac{d\Phi}{dt} = 0 \Rightarrow p = ui = 0 \quad (2)$$

Deshalb nimmt das reaktive Bauelement ausschließlich bei Veränderung des Betriebszustandes Energie auf. An der Kennlinie findet also ein graphischer Übergang von Betriebspunkt P_1 zum Betriebspunkt P_2 statt. Die für den Übergang benötigte Energie berechnet sich wie folgt:

$$W_C(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} u(t)i(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} u(t)\frac{dq(t)}{dt}dt = \int_{q_1=q_1(t_1)}^{q_2=q_2(t_2)} u(q)dq = W_C(q_1, q_2) \quad (3)$$

bzw.

$$W_L(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} u(t)i(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\Phi(t)}{dt}i(t)dt = \int_{\Phi_1=\Phi_1(t_1)}^{\Phi_2=\Phi_2(t_2)} i(\Phi)d\Phi = W_L(\Phi_1, \Phi_2) \quad (4)$$

Damit entspricht die Fläche unterhalb der Kennlinie in der q-u- bzw. Φ -i-Ebene der vom reaktiven Bauelement benötigten Energie. Relaxationspunkte (auch Ruhepunkte genannt) sind charakteristische Punkte auf der Kennlinie, die ein Minimum an im Bauelement gespeicherter Energie darstellen. Wenn q^* bzw. Φ^* solche Betriebspunkte sind gilt also stets:

$$\int_{q^*}^{q_1} u(q)dq \geq 0 \quad (5)$$

bzw.

$$\int_{\Phi^*}^{\Phi_1} i(\Phi)d\Phi \geq 0 \quad (6)$$

Bestimmung der Minima

Bei streng linearen Bauelementen existiert nur ein Relaxationspunkt, welcher bei $u=0$ bzw. $i=0$ liegt. Dies kann durch Rechnung belegt werden:

$$W_C = \int_{q_1}^{q_2} u(q)dq = \int_{q_1}^{q_2} \frac{Q}{C}dq = \frac{1}{2C}(q_2^2 - q_1^2) = \frac{C}{2}(u_2^2 - u_1^2) \quad (7)$$

Mit gleicher Rechnung folgt auch:

$$W_L = \frac{L}{2}(i_2^2 - i_1^2) \quad (8)$$

Es gibt offensichtlich nur einen Wert $u_1 = 0$ bzw. $i_1 = 0$, der die Bedingung $W_C \geq 0 \forall u_2$ bzw. $W_L \geq 0 \forall i_2$ erfüllt. Mit ähnlicher Rechnung folgt, dass auch bei linearen Bauelementen, welche nicht die Kriterien der strengen Linearität erfüllen, der einzige Relaxationspunkt bei $u=0$ bzw. $i=0$ liegt.

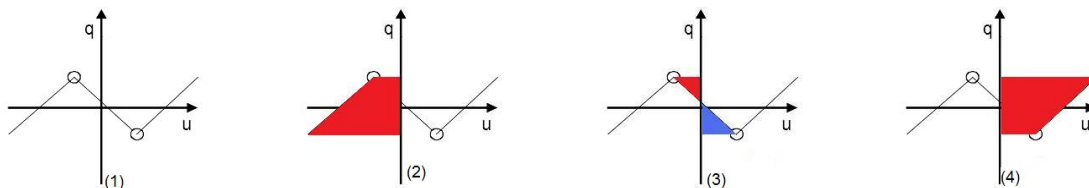
Bei nichtlinearen Bauelementen ist die Frage nach der gespeicherten Energie nicht so leicht zu beantworten, da ein Ruhepunkt nicht grundsätzlich im Ursprung der Kennlinie liegt.

Wir betrachten zuerst den einfacheren Fall eines **ladungsgesteuerten** bzw. **flussgesteuerten** Bauelements, bei dem das Integral „wie gewohnt“ gelöst werden kann.

Am einfachsten ist dieses Problem anhand einer graphischen Darstellung der Kennlinie zu lösen. Es müssen alle Schnittpunkte der Kennlinie mit der q - bzw. Φ - Achse überprüft werden. Keine Relaxationspunkte existieren dabei, wenn:

- keine Schnittpunkte mit der q - bzw. Φ - Achse existieren.
- die Kennlinien in der q - u -Ebene ab einem gewissen Punkt im 2. und 4. Quadranten bleiben.
- die Kennlinien in der Φ - i -Ebene ab einem gewissen Punkt im 2. und 4. Quadranten bleiben.

Nun betrachten wir den Fall eines nichtlinearen Bauelements, welches **nicht ladungsgesteuert** bzw. **flussgesteuert** ist. Das Integral wird dabei abschnittsweise definiert, um von einem Punkt P_1 auf der Kennlinie zu einem Punkt P_2 zu gelangen. Zu betrachten sind hier nicht nur die Schnittpunkte mit der q - bzw. Φ - Achse. Bei dieser Kennlinie beispielsweise liegt ein nicht ladungsgesteuertes Bauelement vor.



Es besitzt jedoch zwei Relaxationspunkte jeweils an den Übergängen der linearen Abschnitte. Für den linken Punkt beispielsweise überlegt man sich die Vorzeichen der Integrale zu allen möglichen weiteren Betriebspunkten. Die rote Fläche bedeutet positives Vorzeichen des in diesem Abschnitt berechneten Integrals. Die blaue Fläche in Bild (3) ist mit negativem Vorzeichen behaftet, wird jedoch durch die gleichgroße rote Fläche im 2. Quadranten kompensiert. Symmetrisch dazu die Erklärung für den zweiten Relaxationspunkt. In den meisten Fällen treten Relaxationspunkte nur auf bei:

- Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen
- Extrempunkten der Kennlinie
- periodisch sich wiederholenden Kennlinienabschnitten

