

Aufgabe 1

Gegeben sei der Zufallsvektor $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$, dessen stochastisch unabhängigen Einträge X_1, X_2 einer Standardnormalverteilung genügen, d.h. $X_1, X_2 \sim \mathcal{N}(0, 1)$:

$$f_{X_1}(x) = f_{X_2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Das Ziel der Aufgabe besteht nun darin, die PDF von $\|\mathbf{X}\|$ zu berechnen. Ein möglicher Weg hierzu führt über die folgenden zwei Schritte:

1. Berechne die PDFs der transformierten Zufallsvariablen $Y_1 = X_1^2, Y_2 = X_2^2$.
2. Berechne die PDF der Summe der *stochastisch unabhängigen* Zufallsvariablen $Y_1 + Y_2$ (siehe hierzu Kapitel 5.3).

Hinweis: Laut Mathematica gilt:

```
In[1]: Integrate[1/Sqrt[x*(a-x)], {x,0,a}]
```

```
Out[1]: ConditionalExpression[pi,a>0]
```